

## COMMA

Comma er betegnelsen for et lille interval mellem to enharmoniske toner beregnet på forskellig vis. Der findes flere forskellige comma'er rundt om i verden.

**Det pythagoræiske comma** på 23,46 cent er identificeret som forskellen mellem syv oktaver og 12 rene (harmoniske) kvinter, svarende til 0,01955 oktav (se figur 222)

Et pythagoræisk comma = 12 rene kvinter minus syv oktaver:

$$= \frac{(3/2)^{12}}{2^7} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = \frac{531441}{524288} = 23,46 \text{ cent} \quad (\text{w21})$$

I runde tal ser det sådan ud (se figur 222):

En ren kvint =  $3/2 = 702 \text{ cent} \times 12 = 8424 \text{ cent}$

En oktav =  $2/1 = 1200 \text{ cent} \times 7 = \underline{8400 \text{ cent}}$   
24 cent

**Det syntoniske comma** på 21,506 cent er identificeret som forskellen mellem fire rene kvinter og en ren stor tert plus to oktaver:

$$= \frac{3/2^4}{(5/4)^3 \cdot (2/1)^2} = \frac{81}{80} = 21,506 \text{ cent} \quad (\text{w22})$$

**Jing Fang** (78-37 f.kr), en kinesisk musikteoretiker og matematiker. Han opdagede allerede omkring år 45 f.kr. at 53 rene kvinter næsten svarede til 31 oktaver, men også kun næsten, for der var tale om en ganske lille svingningsforskel:

$$\frac{(3/2)^{53}}{(2/1)^{31}} = \frac{177147}{176776} = 3,615 \text{ cent} \quad (\text{w23})$$

**Nicolaus Mercator** (1620-1687), en holstensk matematiker og musikteoretiker nåede frem til det samme comma på baggrund af en lidt anden formel:

$$\frac{3^{53}}{2^{84}} = \frac{19383245667680019896796723}{19342813113834066795298816} = 3,615 \text{ cent} \quad (\text{w24})$$

Dette comma betegnes i dag oftest **Mercator's comma**.

**Det holdrianske comma** (opkaldt efter William Holder, som beskrev det i en afhandling i 1694) bygger videre på Jing Fang og Mercator's interesse for de 53 kvinter, men han valgte i stedet at dele oktaven i 53 lige store dele. Der er således slet ikke tale om noget comma i gængs forstand, men resultatet er i samme størrelsesorden som det pythagoræiske og det syntoniske comma:  $2^{1/53}$  eller 22,6415 cent:

$$\frac{1200 \log 2^{1/53}}{\log 2} = 22,6415 \text{ cent} \quad (\text{w25})$$

Det holdrianske comma er, ligesom centen, ikke en ratio mellem to heltal. I stedet for at dele oktaven i 1200 (værdien af en cent), deler Holder den i 53 dele. Dette comma kaldes også

**COMMA**

arabisk comma fordi det er blevet brugt af syriske teoretikere. Også i den klassiske tyrkiske tradition finder vi tilhængere af denne beregningsform.

Uanset hvordan commaet beregnes, byder det på problemer, hvis den musik som spilles, skal lyde ens i forskellige tonearter - altså hvis det skal være muligt at modulere. Ikke mindst hvis musikken er flerstemmig. Dette problem blev 'løst' af Andreas Werckmeister (1645-1706) i slutningen af 1600-tallet ved at skabe et divisivt system, hvor oktaven opdeles i 12 lige store dele:

$${}^{12}\sqrt{2} = 2^{1/12} \qquad (w26)$$

Dette er den ligesvævende halvtone.

Allerede i 1584 (godt 100 år før Werckmeister) havde den kinesiske prins Zhu Tsai-Yu også regnet sig frem til den ligesvævende 12-toneskala. Interessen for matematiske løsninger på fysikkens udfordringer kender ingen grænser.